

Orgel und Mathematik

Forschendes Lernen für alle Klassenstufen

Orgel und Mathematik – eine spannende und gewinnbringende Verbindung – S. 1

1. Was ist eine Orgel? – Forscherfragen stellen – S. 3

2. Großes Instrument, große Zahlen – Tasten, Pedale und Register – S. 5

3. Der Orgelprospekt und die Orgelpfeifen – Form und Symmetrie – S. 11

4. Tonhöhen und Pfeifenlängen – Zahlenverhältnisse erkunden und hören – S. 15

5. Gewaltige Ausmaße – Volumina bestimmen und vergleichen – S. 19

6. Weitere Größen: Zeit, Kosten, Material, Masse – S. 22

Glossar/Linkverzeichnis/weitere Materialien – S. 23, 26, 28

Erstellt von:

Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal
(Freie Universität Berlin/Mathe.Forscher)

Damian Klimke, Felix Theuner
(Freie Universität Berlin)

Hans-Kaspar Aebli, Susanne Barbey
(Grundschule am Arkonaplatz, Berlin)

Dr. Thomas d'Hénin
(Oberschule Helgolander Straße, Bremen/Mathe.Forscher)

Fachliche Beratung:
Magnus Windelen (Windelen.Orgel, Bonn)



Unterrichtsideen Orgel und Mathematik

Klassenstufen: 1-13

Fach: Mathematik

Themen und Inhalte:

Zahlen, Größen, Kombinatorik,
Zahlenverhältnisse, geometrische
Formen, Symmetrien, Volumina,
funktionale Zusammenhänge

11.01.2021



LANDESMUSIKRAT
BERLIN
musik für alle



Orgel und Mathematik - eine spannende und gewinnbringende Verbindung

Ein Instrument von gigantischen Ausmaßen. Überwältigende, berührende und irritierende Klangerlebnisse. Dominante Lautstärke und der Aufenthalt in großen Sälen, Hallen oder Kirchen. Die Orgel verschafft besondere Erlebnisse und ruft Staunen und Neugier hervor. Mit dem besonderen Blick der Mathematik nähern sich Schüler*innen aller Jahrgangsstufen dem „Instrument des Jahres 2021“ an.

Die Orgel als ein Instrument mit ungewöhnlichen Ausmaßen, wird über die Beschreibung durch Zahlen und Formen greifbarer: Wie viele Tasten, wie viele Register und wie viele Klänge? Wie viel Luft wird zur Erzeugung dieser großen Klangerlebnisse benötigt? Wie stehen die Längen der Orgelpfeifen im Verhältnis zu den Tonhöhen? Weitere mathematische Erkundungen sind möglich, um sich diesen großen mechanischen Organismus zu eigen zu machen: Symmetrien spielen eine Rolle und lassen sich sowohl im Klassenzimmer als auch direkt an der Orgel erkunden und hörbar machen. Differenzierbare Kurven prägen das äußere Bild. Exponentialfunktionen findet man bei der Erkundung der Längenverhältnisse der Pfeifen.

Wir regen mit unseren Unterrichtsideen forschendes Lernen zu mathematischen Themen aller Klassenstufen an. Das Klangerlebnis und die Faszination dieses großen Instruments verbinden sich dabei mit mathematischen Erkundungen.

Ablauf

In etwa einer Doppelstunde wird ein Besuch bei einer Orgel vorbereitet. Hörend, sehend und fragend entsteht ein erster Kontakt zu diesem für viele Schüler*innen bislang unbekannten Instrument. Daran anknüpfend entwickeln und bearbeiten die Schüler*innen mathematikhaltige (Forscher-) Fragen. Die dabei gefundenen Phänomene können dann vor Ort direkt am Instrument sinnlich erkundet werden. Im Gespräch mit der Organistin oder dem Organisten entdecken die Schüler*innen weitere mathematische Zusammenhänge und Fragestellungen. Idealerweise schließt sich nach dem Orgelbesuch noch eine unterrichtliche Nachbereitung an, um die mathematische Beantwortung der selbstgestellten Fragen weiterzuführen, die mathematischen Erkenntnisse deutlich zu machen und durch weitere Hörbeispiele die Verbindung zum Klangerlebnis nochmals herzustellen.

„Von der Orgel zur Mathematik und wieder zurück“ ist dabei das Motto.

Digitaler Unterricht

Der gesamte Unterricht kann auch mit digitalen Mitteln gestaltet werden, da es eine Vielfalt an gut zugänglichen und inhaltlich sowie klanglich-musikalisch ansprechenden Videos gibt. Wir schlagen im Folgenden einige Videos und Websites vor. Weitere ausgewählte Links finden sich auf den Webseiten des Landesmusikrates in einer kommentierten Liste.

Forschendes Lernen

Die hier zusammengetragenen Ideen für den Mathematikunterricht folgen dem Prinzip des forschenden Lernens. Sie betonen also das selbstständige Erkunden, Fragenstellen und die bewusste Förderung einer Vielfalt von Herangehensweisen, Lösungswegen und Resultaten. Daher sind sie nicht jeweils einzelnen Klassenstufen zugeordnet, sondern nur bei Bedarf entsprechend kommentiert. Auch gibt es keine klassischen Musterlösungen, aber natürlich viele Hinweise zum Lösen der jeweiligen mathematischen Probleme. Fast jeder der hier vorgestellten Unterrichtsimpulse kann auf jedem Niveau bearbeitet werden. Durch das Format von Problemlöseaufgaben ergibt sich ein selbstdifferenzierendes Arbeiten.

Diese inhaltlichen Impulse sind als modulare Sammlung und Inspiration für einen forschenden Mathematikunterricht gedacht. Sie bauen (bis auf Teil 1, der in keinem Unterricht fehlen sollte) nicht aufeinander auf. Die Wahl der im Unterricht bearbeiteten Themen wird durch die von den Schüler*innen gestellten und von der Lerngruppe zur Bearbeitung ausgewählten Fragen gesteuert. Die von uns im Folgenden beispielhaft ausgeführten Forscherfragen dienen als Vorbereitung, Orientierung und Reservoir an möglichen Fragen und Themen, falls es keine Gelegenheit gibt, mit den von den Schüler*innen selbst gestellten Fragen zu arbeiten.

Wählen Sie beherzt das aus unseren Ideen aus, was Ihnen und Ihren Schüler*innen am besten gefällt! Entsprechend ergibt sich daraus eine variabel steuerbare Dauer des Unterrichts und eine jeweils frei zu wählende Unterrichtsmethodik. Wir empfehlen überwiegend Kleingruppenarbeit und genügend Raum für einen Austausch zu den entwickelten Fragen, Ideen, Lösungsstrategien und Resultaten in geeigneten Plenums- oder Gruppenformaten.

Weitere Materialien: Erfahrungsberichte und konkrete Unterrichtsmaterialien

In Ergänzung zu den hier überblicksartig zusammengestellten Fragestellungen für den forschenden Unterricht stellen wir als weitere Anregung und Konkretisierung einige in Grund- und Oberschule erprobte Unterrichtsmaterialien und ausgewählte Erfahrungsberichte zur Verfügung. Sie sind auf den Projekt-Webseiten zu finden und am Ende dieses Dokuments verlinkt.

Gerne nehmen wir auch Einsendungen von weiteren Unterrichtsmaterialien oder beispielsweise Links auf passende GeoGebra-Aktivitäten entgegen, die ebenfalls auf den Projekt-Webseiten für andere zur Verfügung gestellt werden können.

Einsendungen oder Rückfragen bitte an Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal:

brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de

1. Was ist eine Orgel? - Forscherfragen stellen

Viele Kinder und Jugendliche wissen nicht, was eine Orgel ist, wie sie aussieht oder wie sie klingt. Daher brauchen wir zunächst eine Annäherung an die Orgel, an ihren besonderen Klang und ihr Aussehen. Danach stellen die Schüler*innen ihre Forscherfragen, mit denen anschließend weitergearbeitet wird.

Zum **Einstieg - Schritt 1** eignet sich ein Video, in dem man durch die grafische Unterstützung sehr schnell einen Zugang zum besonderen Klangerlebnis von Orgelmusik bekommt. Zudem wird das Instrument noch gar nicht sichtbar, so dass es erst einmal nur um das Klangerlebnis geht.

https://www.youtube.com/watch?list=RDboWi8tOf5FA&v=bOWi8tOf5FA&feature=emb_rel_end

[J. S. Bach: Toccata und Fuge d-Moll BWV 565 mit animierter grafischer Visualisierung, bis etwa Minute 3:10 - oder länger]

Was habt ihr gehört oder gesehen?

Um welches Instrument kann es sich handeln?

Vielfältige Eindrücke werden hier zum Tragen kommen und auch Kinder und Jugendliche, die noch nie eine Orgel gesehen oder gehört haben, können hier gleichermaßen beitragen. Es klingt wie Trompete oder Flöte, es erinnert an Filmmusik. Das grafische Farbenspiel legt die Betrachtung von Klängen „unten“ und „oben“ nahe.

Es gibt zahlreiche weitere Videos mit Orgelmusik, auf denen man auch das Instrument und die Spielerin/den Spieler sieht (siehe Linkliste des Landesmusikrates), die sich ebenfalls zum „Einhören“ und Ankommen im Thema eignen, z.B. dieses hier, auf dem man auch gut die Spielweise sieht:

<https://www.youtube.com/watch?v=Qk40cJLgRTY>

[J. S. Bach: Toccata d-Moll „Dorische“ BWV 538]. Wichtig ist, dass es für die Lerngruppe ein authentisches Klangerlebnis gibt. Die Fragen werden entsprechend angepasst:

Welche Klangfarben habt ihr gehört?

Was ist euch aufgefallen?

Für den **Einstieg - Schritt 2**, der nun einen schnellen Zugang zur Bau- und Funktionsweise geben soll, kann mit dem folgenden Video gearbeitet werden:

<https://www.br.de/mediathek/video/ralphi-orgel-av:5a3c6c4f185c080018d1e0cd>

[Ein Video der Augsburger Puppenkiste zum Orgelbau, ab Minute 2:56, geeignet auch für Jugendliche].

Auftrag zum Film: Sucht nach möglichen mathematischen Fragen zur Orgel!

Ein Video, das vor allem Jugendliche anspricht und ebenfalls einen Schnelleinstieg zum Thema bietet, findet sich hier. Es zeigt allerdings weniger Details zum Instrument.

<https://www.orgelstadt-hamburg.de/orgel-allgemein/orgel-fuer-einsteiger/>

Und ein sehr schöner Klassiker aus der Reihe „Sachgeschichten mit der Maus“ ist ebenfalls gut zur Einführung vor allem für jüngere Kinder geeignet (Länge 8:20 min):

<https://kinder.wdr.de/tv/die-sendung-mit-der-maus/av/video-sachgeschichte-orgel-100.html>

Mit der Fragensammlung ist der Grundstein für die mathematische Erkundung der Orgel gelegt. Alle Schüler*innen werden in der Lage sein, eine oder mehrere Fragen zu finden. Sollten sie dazu keine Routine haben, so braucht es die klare Botschaft, dass es keine „falschen“ oder „dummen“ Fragen gibt, sondern jede Frage willkommen ist. Häufig befinden sich unter diesen ersten Fragen auch solche, die nicht auf die Mathematik hinzielen, denn es ist neben „Wie viel?“-Fragen nicht so einfach, weitere mathematische Fragen zu finden. Beim vertieften und unterstützten Fragensuchen entstehen dann nach und nach immer bessere Fragen. Weiter unten zeigen wir etliche Beispiele.

Die Fragen der Schüler*innen werden gesammelt (Tafel, Etherpad, Padlet o.ä.) und gemeinsam auf zwei verschiedene Weisen sortiert:

1. Mathematische Frage / nicht mathematische Frage
2. Einfache Fragen (ohne viel rechnen zu müssen) / herausfordernde Fragen (hierunter Forscher-Fragen) / (noch) nicht beantwortbare Fragen / Klick-Fragen (Antworten stehen irgendwo, einen „Klick“ entfernt)

Schon diese Klassifikation von Fragen kann für eine Lerngruppe ohne Erfahrung ein Ziel der Doppelstunde sein. Was eine mathematische Frage ist, kann zum Beispiel zu wichtigen Diskussionen führen. An der Schnittstelle zwischen „mathematischen Fragen“ und „einfachen Fragen oder herausfordernden Fragen“ befinden sich die Fragen, die die Schüler*innen im nächsten Schritt versuchen werden zu beantworten.

Geeignete Fragen, je nach konkreter Situation durch die Lehrkraft oder die Lerngruppe ausgewählt, werden nun von den Schüler*innen bearbeitet. Zunächst möglichst frei und mit Zugang zu weiteren Informationsmöglichkeiten, z.B. durch Kinderbücher in den jüngeren Jahrgängen (siehe Liste auf den Webseiten des Landesmusikrates) oder Internetrecherche, z.B. hier:

<https://die-orgelseite.de/funktionsweise.htm>

In den folgenden Abschnitten finden sich exemplarische Forscherfragen, die wir nach 5 Themen geordnet haben. Sie wurden mit Unterrichtsideen, Informationen und Beispielen versehen, um sie der Bearbeitung im Unterricht zugänglich zu machen. Diese Sammlung umfasst Fragen, die auf unterschiedlichsten mathematischen Niveaus bearbeitet werden können. Viele davon sind bereits in der Grundschule zugänglich und manche wurden sogar in Klasse 1 erprobt. Einige Aspekte benötigen Oberstufenmathematik. Jede Frage kann aber auch mit sehr elementaren Mitteln bearbeitet werden. Somit wird das ganze Spektrum abgedeckt. Die Themenkapitel sind so angeordnet, dass sie an mathematischer Komplexität zunehmen.

2. Großes Instrument, große Zahlen – Tasten, Pedale und Register

Viele der von den Schüler*innen gestellten Fragen werden sich mit großen Zahlen beschäftigen: Wie viele Pfeifen hat eine Orgel? Wie viele Tasten und Pedale gibt es? Wie viele verschiedene Klangfarben kann man erzeugen? Wie groß ist das gesamte Instrument? Wie viel kostet es, eine Orgel zu bauen? Und viele weitere. Meist sind die ersten Fragen solche Quantifizierungsfragen, die nach dem „Wie viel?“ fragen. Gerade bei dem beeindruckend großen Instrument Orgel bieten sie sich direkt zur Erkundung und Erarbeitung an. In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit dem Spieltisch: Tasten, Pedale und Register.

Wie viele Tasten und Pedale hat die Orgel?

Diese Frage klärt man natürlich am besten vor Ort, aber es ist auch möglich auf Bildmaterial oder Standbilder aus einem der gezeigten Videos zurückzugreifen.

Für die Primarstufe (schon ab Klasse 1) kann das Abzählen der Tasten und Pedale durch Bündelung von Tastengruppen unterstützt werden und so auch schnell über den Zahlenraum bis 20 hinausgegangen werden. Es gibt bei den (üblicherweise) schwarzen Tasten 2er und 3er-Gruppen, die zu 5er-Gruppen innerhalb einer Oktave zusammengefasst werden können. Die weißen Tasten innerhalb einer Oktave bilden eine 7er-Gruppe und weiß + schwarz zusammen innerhalb einer Oktave sind 12 Tasten (siehe Abb. 1). Analog lassen sich die Pedale gruppieren und sukzessive addieren. Aus der fortgesetzten Addition ergibt sich dann schnell die (erleichternde) Multiplikation. Vorstrukturierte Aufgabenblätter für die Klassen 1 und 2 können hier helfen (siehe Link unter „weitere Materialien“ S. 28).

Auch für die Sekundarstufe ist das schnelle Erfassen der sich wiederholenden Muster und ein dadurch erleichtertes Abzählen lohnend. Insbesondere können sich hier weitergehende Betrachtungen zu zahlentheoretischen Fragen (Zerlegung, Teiler und Primfaktoren) entwickeln.



Abb. 1: Spieltisch einer Orgel - Zeichnung: Susanne Barbey

Wie viele Pfeifen kann man sehen?

Die Anzahl der sichtbaren Pfeifen (der sogenannten Prospektpfeifen) kann ebenfalls mit Fotos, Videostandbildern oder beim Orgelbesuch bestimmt werden. Hier werden wieder sinnvolle Gruppierungen und Abzählstrategien gebraucht. es geht um das Verdoppeln und das Erkennen von Symmetrien. Wie viele Pfeifen sind in den einzelnen Prospektfeldern zu sehen? Wie kann ich mir das Zählen und Addieren geschickt erleichtern? Woran liegt es, dass dabei überwiegend ungerade Zahlen vorkommen? Einen Schritt weiter geht die kreative Umgestaltung des Orgelprospekts, die in Teil 3 beschrieben wird.

Die sichtbaren Pfeifen machen oft nur einen kleinen Teil der Gesamtzahl der Pfeifen aus. Beispielsweise bleiben die sehr kleinen und die sehr großen Pfeifen den Blicken meistens verborgen. Vor Ort ließe es sich sehr gut hörbar machen, dass es neben den Prospektpfeifen, die man zunächst erklingen lässt, noch sehr viele weitere Pfeifen gibt. Dabei kann man auch direkt beobachten, dass dafür erst andere Register gezogen werden müssen, um die verborgenen Pfeifen spielen zu können.

Wie viele Pfeifen hat die Orgel insgesamt?

Wie viele Register hat die Orgel?

Wie viele Pfeifen müsste es also etwa geben?

Da nur die Prospektpfeifen sichtbar sind und also der größte Teil der Pfeifen verborgen ist, kann eine rechnerische Abschätzung der Gesamtzahl über die Anzahl der Tasten und der Register erfolgen, indem man beide Zahlen miteinander multipliziert. Wichtig dabei: Üblicherweise ist jedes Register einem bestimmten Manual bzw. dem Pedalwerk zugeordnet. Zudem gibt es die Möglichkeit verschiedene Manuale und Pedale zu vernetzen, was jedoch dazu führt, dass alle Register, die für ein Manual ausgewählt wurden, auf dem vernetzten Manual mitgespielt werden (man nennt dies zu „koppeln“). Somit wird die Rechnung ein wenig komplexer als nur eine einfache Multiplikation. Da etliche Register aber mehrere Pfeifengruppen ansteuern (beispielsweise die „Mixturen“ mit bis zu 5 Pfeifen gleichzeitig je Ton (Taste)), ergibt sich damit nicht die exakte Gesamtzahl der Pfeifen, sondern lediglich eine gute Abschätzung. In der neobarocken Zeit (50er-70er Jahre des 20. Jahrhunderts) wurden die Mixturen sogar noch größer gebaut. Es gab Mixturen mit 7–8 Pfeifen je Ton und auch extreme mit 10–12 Pfeifen je Ton. Heute sind diese hochliegenden und auch kreischenden Register nicht mehr in den Orgeln zu finden.

Vor Ort oder durch genauere Informationen über die einzelnen Register kann die Rechnung verfeinert werden, wenn es die Möglichkeit gibt, diese Mixturen hörend zu erfahren und man leichter herausfinden kann, wie viele Pfeifen bei einem Tastendruck gleichzeitig erklingen.

Wie man gut beobachten kann (in Videos oder vor Ort) werden beim Orgelspiel häufig mehrere Register zu einer Klangfarbe zusammengestellt. Das lädt zu weiteren Erkundungen ein:

Wie viele Kombinationen von 2 oder mehr Registern gibt es?

Wie viele verschiedene Klangfarben kann eine einzelne Taste oder ein Pedal erzeugen?

Eine kleine Orgelsimulation, die zum Experimentieren mit den unterschiedlichen Klangfarben einlädt, findet sich hier: www.orgelstadt-hamburg.de/play-arp/. Es ist in dieser Simulation nicht möglich, mehrere Register zu kombinieren. Dennoch lässt sich die hörende Erfahrung machen,

dass mit einer einzigen Taste unterschiedliche Klänge erzeugt werden können. Vielleicht kennen einige Schüler*innen dies vom Keyboard und fragen sich, weshalb das Keyboard so klein ist und die Orgel im Vergleich dazu so groß. Dies führt direkt zum Erkunden der mechanischen Bauweise einer Orgel und zu der Idee der Windkanäle (siehe Teil 5, in dem es um Volumina geht).

Orgelsteckbriefe

Eine wunderbare Anregung zum Finden von mathematischen Fragen und zur Berechnung weiterer Zahlen ergibt sich bei der Verwendung von „Orgelsteckbriefen“ wie dem folgenden für die Sophienkirchenorgel in Berlin.

Ein Auftrag dazu könnte sein:

Welche Zahlen aus dem Orgelsteckbrief findest du besonders interessant?

Finde Fragen zu diesen Zahlen, die du an „unsere“ Orgel stellen kannst!

Steckbrief der Sophienkirchenorgel in Berlin Mitte (erstellt von H.K. Aebli, unterstützt von der Firma Alexander Schuke Orgelbau, Potsdam):

Baujahr	1970
Orgelbaufirma	Alexander Schuke Orgelbau in Potsdam
Anzahl Beschäftigte in der Firma	50
Bauzeit der Orgel	1965 -1970, 5 Jahre
Planungszeit für die Orgel	~ 1 Jahr
Baukosten:	98 198,66 Ostmark + 7857 DM Spende
Bauetappen:	Ausschreibung: Angebot+Entwurf der Orgel, Verhandlungen, Auftrag, Mensurberechnung der Pfeifen, Konstruktion, Zeichnungen für die Werkstatt, Holzlisten, Bau der Orgel in der Holz- und Metallwerkstatt, Bestellung der Zulieferungen, Werkstattmontage, Pfeifenvorintonation (Klangeinstellung), Montage vor Ort, Intonation der Orgel, Generalstimmung
Orgelmaße (Gehäuse):	
Länge der Orgel:	7,20m
Höhe der Orgel:	4,50 m circa
Tiefe der Orgel:	3.90 m
Äußere Gestaltung:	
Bauliche Vorbilder und Veränderungen:	Orgelgehäuse 1790 von Ernst Julius Marx, mehrfach verändert (Dinse, Schuke...), die Orgel ist ein Einzelstück
Menge an Blattgold	5g Blattgold auf einer Fläche von insgesamt 2,5 m ²

Klaviaturen:	
Anzahl Klaviaturen:	2
Material der Klaviaturen	schwarze Untertasten mit Ebenholz, weiße Obertasten mit Knochenauflage
Register / Klangfarben:	
Anzahl klingender Register:	29
Anzahl nicht klingender Register:	4
Register / Klangfarben:	I. Hauptwerk (C-g^{'''}): Quintadena 16', Principal 8', Rohrflöte 8', Oktave 4', Spitzflöte 4', Nassat 2 2/3', Oktave 2', Mixtur 5 fach (1 1/3'), Cymbel 3 fach (1/2'), Trompete 16', Tremulant.
	Schwellwerk (C-g^{'''}): Gedackt 8', Principal 4', Nachthorn 4', Oktave 2', Blockflöte 2', Terz 1 3/5', Quinte 1 1/3', Sifflöte 1', Scharff 4 fach (1'), Krummhorn 8', Tremulant.
	Pedal (C-f[']): Principal 16', Subbaß 16', Principalbaß 8', Gedacktbaß 8', Choralbaß 4', Mixtur 5 fach (2 2/3'), Posaune 16', Trompete 8', Rohrpommer 4'
	Nebenregister und Spielhilfen: 2 freie Kombinationen, Organum Plenum, Zungen ab, Winddrossel
	Koppeln: SW-HW, HW-P, SW-P
Orgelstimmung Zeitaufwand	0,5 h pro Register, also 0,5 * 29 = 14,5 h
Pfeifen:	
Anzahl der Pfeifen insgesamt:	2014 Stück
Anzahl metallener Pfeifen:	1888 Stück
Anzahl hölzerner Pfeifen:	126
Länge der tiefst klingenden C- Pfeife	16 Fuß = 16 x 30,48 cm = 5,30 m
Länge der höchst klingenden C- Pfeife	1cm + 16cm (Fuß) = 17cm
Umfang der größten Pfeife	25 · π = 78,5 cm
Umfang der kleinsten Pfeife	1,6 cm
Länge der C-Pfeife im ...	
Principal Register	16' (=16 Fuß)
Subbass	16'
Krummhorn Register	8' (= 8 Fuß)
Trompete Register	8'
Spitzflöte Register	4' (=4 Fuß)
Nassat Register	2 2/3' (= 2 2/3 Fuß)

Blockflöte Register	2' (=2 Fuß)
Sifflöte Register	1' (= 1 Fuß)
Cymbel III	½' (= ½ Fuß)
Baumaterialien der Pfeifen	Legierung aus 25 % Blei und 75 % Zinn (1.778 Stück)
	Legierung aus 75 % Blei und 25 % Zinn (86 Stück)
	Zinn (24 Stück)
	Kiefernholz (126 Stück)
Orgelwind:	
Volumen der Windlade(n)	12 000 Liter
Stärke der Windmaschine	max. Durchsatz von 21 m³/min (350 l/s)
Luft-/Windbedarf pro Register	mind. 0,5 m³/min pro Register bei mechanischen Orgeln, bei pneumatischen Orgeln 1 m³/min pro Register
Trakturenzüge:	
Art der Trakturen:	Mechanische Tontraktur, elektrische Registertraktur
Anzahl der Züge	?
Länge eines Zuges (Durchschnitt)	?

Weitere Orgelsteckbriefe findet man hier:

<http://www.sankt-bonifatius-seeheim-jugendheim.de/web/index.php/lebendige-gemeinde/kirchen/neue-orgel-fuer-jugendheim/die-orgel-in-zahlen>

Antonius-Orgel im Franziskanerkloster Salzburg:

<http://www.orgelbau-hitsch.com/files/festschriftantoniusorgel.pdf> [am Beginn des Dokuments]

Die **Erstellung eines Orgelsteckbriefes** der besuchten Orgel könnte ein schönes Resultat der Unterrichtsstunden sein, denn dort können dann unterschiedliche Ergebnisse aus den Kleingruppen zusammengetragen werden. Tatsächlich findet man zu den meisten Orgeln nur die sogenannte „Disposition“, das ist die Auflistung aller Register, aber man erhält nicht so leicht eine Zusammenstellung weiterer Zahlen. Da solche Steckbriefe nicht üblich sind, aber so viele interessante Zahlen in sich vereinen, wäre dies auch ein gutes Dankeschön der Lerngruppe an die Gastgeber*innen des Orgelausflugs.

Und wenn die Klasse dann einige Zahlen für einen solchen Steckbrief zusammengetragen hat, ist die Basis gelegt, sich für Superlative zu interessieren.

Wie groß ist die größte Orgel?

Gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Größe einer Orgel zu bestimmen?

Ab welchen Werten gilt eine Orgel als besonders „groß“?

Schon die beim Orgelbesuch kennengelernte Orgel wird den Schüler*innen jeden Alters als groß erscheinen. Was genau ist „groß“ in diesem Zusammenhang? Welche Parameter spielen dabei eine Rolle? Gibt es auch Orgeln, die wir als klein empfinden? Die Orgel der Atlantic City Convention Hall (USA) ist so groß, dass sie es sogar in das Guinness-Buch der Rekorde geschafft hat!

<https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/69723-largest-organ>

Einen interessanten Artikel (auf Englisch) über die bewegte Geschichte dieser Orgel findet man hier: <https://pipe-organ-recordings.com/atlantic-city-convention-hall-organ/>

Für die Recherche zur Frage nach Orgel-Superlativen gibt es eine spannende Zusammenstellung unter diesem Link, teilweise auch mit Hörbeispielen: <https://www.die-orgelseite.de/kurioses.htm>

Und hier ist eine Liste von „Großorgeln“: https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_von_Großorgeln

Beim Recherchieren auf diesen Webseiten stellen sich viele mathematische Fragen, z.B. was genau man eigentlich zählen oder messen möchte, um die „größte“ Orgel zu beschreiben? Die Anzahl der Pfeifen? Die Größe des Spieltisches? Die Länge der tiefsten Pfeifen? Der höchste Winddruck? Damit kommt man auf die wichtige grundsätzliche Frage, wie man komplexe Objekte sinnvoll für einen Vergleich quantifizieren kann.

Und anschließend kann der Kreis wieder geschlossen werden:

Vergleicht die von euch ermittelten Zahlen mit den größten Orgeln der Welt!

Ist „unsere“ Orgel eher groß oder klein?

3. Der Orgelprospekt und die Orgelpfeifen – Form und Symmetrie

Wir sehen uns jetzt einmal die Orgel von außen an. Dazu gibt es neben dem oder vorbereitend zum Orgelbesuch viele digitale Möglichkeiten, z.B. Video-Orgelportraits oder zahlreiche Fotos im Internet, beispielsweise auf den Internetseiten von Orgelbau-Firmen. Hier ein paar ausgewählte Links:

Fotos:

https://www.schuke.de/?page_id=372
<https://orgelbau-muehleisen.de/de/neubauten/>
<https://orgelbau-muehleisen.de/de/restaurierungen/>
<https://die-orgelseite.de/kurioses.htm>

Videos:

zahlreiche Orgelportraits unter dem Stichwort „Orgelschätze“ auf Youtube.

Spannend ist dabei zu wissen, dass die Orgel das einzige Musikinstrument ist, für das es keine festen Bau- und Maßvorgaben gibt. Die Schauseite, der Orgelprospekt, wird bei jeder Orgel individuell gestaltet, um ihr ein eigenes „Gesicht“ zu geben. Die Gestaltung erfolgt nach künstlerischen Aspekten und bezieht sich in ihrer Formensprache oft auf den umgebenden Raum. Ein sehr interessanter Text mit den Gedanken eines Orgelbauers zur Prospektgestaltung findet sich hier: <https://docplayer.org/53267510-Die-neue-orgel-der-pfarrkirche-maishofen.html> [ab Seite 8].

Weitere interessante Informationen zum Orgelprospekt sind hier zusammengestellt:

[https://www.wikiwand.com/de/Prospekt_\(Orgel\)](https://www.wikiwand.com/de/Prospekt_(Orgel))

Bei der ersten Begegnung mit einer Orgel gibt es so viel zu schauen und zu entdecken. Manch ein Orgelprospekt wirkt wie ein eigenes Kunstwerk. Die Augen sehen Linien, Ornamente, glänzendes Metall, Symmetrien und vieles mehr. Wie können Schüler*innen diese Eindrücke sammeln und für eine mathematische Erforschung zugänglich machen? Dieser Auftrag hilft dabei:

Betrachtet den Orgelprospekt mit der „Mathe-Brille“.

Welche Beobachtungen und Fragen findet ihr?

Diese Frage eröffnet mathematische Entdeckungen für alle Jahrgangsstufen. Zur naheliegenden Frage nach der Anzahl der sichtbaren Pfeifen verweisen wir auf das vorangegangene Kapitel zu den großen Zahlen.

Nun fangen wir an, die Symmetrien des Orgelprospekts zu erkunden. Die Idee, selbst gestalterisch tätig zu werden, kann insbesondere in der Primarstufe dafür der Einstieg sein:

Zerschneide ein Bild einer Orgel in die einzelnen Pfeifengruppen und fange an, neue Anordnungen zu finden. Du kannst die Orgel auch mit selbstgezeichneten Gruppen von Pfeifen erweitern oder neu gestalten.

Es ergeben sich Fragen dieser Art: Gibt es eine zentrale Pfeife, so dass die Gesamtzahl der sichtbaren Pfeifen ungerade ist? Kann man die mittlere Pfeifengruppe überhaupt sinnvoll verschieben, wenn man weiter ein achsensymmetrisches Ergebnis erhalten möchte? Oder muss sie immer in der Mitte bleiben? Wie viel „Störung“ verträgt das symmetrische „Gesicht“ einer Orgel?

Ist der Orgelprospekt wirklich komplett achsensymmetrisch?

Vor Ort kann das akustische Erlebnis sehr gut helfen nachzuforschen, ob die Pfeifen rechts und links der Mitte identisch sind. Sie sind es in der Regel nicht, sondern häufig chromatisch (also um einen Halbton) zueinander versetzt. Diese Beinahe-Symmetrie, die das Auge nicht sieht, wird beim Hören sofort erfahrbar: Die chromatische Tonleiter erklingt abwechselnd von rechts und von links! Dennoch akzeptiert das Auge die beinahe-symmetrische Anordnung (Scheinsymmetrie) als Spiegelsymmetrie. Bei manchen Orgeln wurden die jeweils kürzeren Pfeifen sogar etwas verlängert, also in „Überlänge“ gefertigt, damit eine perfekte Achsensymmetrie entsteht, was nachher akustisch durch die Stimmung der Pfeifen wieder ausgeglichen werden kann.

Welche Kurven sieht man auf der Schauseite der Orgel?

Für höhere Klassenstufen eröffnen die meisten Orgelprospekte die Auseinandersetzung mit Kurven, die auf der Schauseite der Orgel sichtbar werden.

Nicht immer steht eine mathematische Form am Beginn der Gestaltung, aber gelegentlich doch, so wie im Beispiel der Orgel der Pfarrkirche Maishofen (A). Der Orgelbauer Markus Lenter beschreibt hier, dass er der Gestaltung eine Ellipse zugrunde gelegt hat:

„Das zentrale Thema der runden, gebrochenen Formsprache bildet das bestimmende Konstruktionsmerkmal: Eine mehrfach unterbrochene und kaum sichtbare Ellipse in der Mitte des Prospektes bildet, entsprechend der Raumgestaltung, die Grundlage für die gesamten Prospektproportionen. Aus dieser Ellipse heraus wurden die mehrfach unterteilten Seitentürme und das mittlere Feld heraus konstruiert.“

(zitiert aus: <https://docplayer.org/53267510-Die-neue-orgel-der-pfarrkirche-maishofen.html> (S.8))

Auf einem Foto des Orgelprospekts kann man mittels Geometriesoftware oder auch von Hand versuchen, diese Ellipse zu finden und zu mathematisch zu (re-)konstruieren (z.B. Foto von <https://www.orgelbau-lenter.de/projekt.php?id=49> kopieren und in GeoGebra als Hintergrundbild einfügen). Der Bezug der weiteren Kurvenstücke zu der mittigen Ellipse kann gesucht werden. Es kann weiter geforscht werden: Wie würde sich das Aussehen der Orgel verändern, wenn die Parameter der Ellipse anders gewählt werden?

Will man die prägenden Linien eines Orgelprospekts in einer dynamischen Geometriesoftware, z.B. GeoGebra nachbilden, so regt das eine genaue Analyse der Kurven und ihrer gegenseitigen Abhängigkeiten und Lagebeziehungen an.

Eine analytische Beschreibung einiger Kurven ist ebenfalls möglich. In der Oktavenabfolge gleichartiger Pfeifen findet sich eine Exponentialfunktion (siehe nachfolgendes Kapitel). Quadratische Funktionen in Form von Parabelkurven können entdeckt werden (siehe z.B. unter „Weitere Materialien“) und auch an periodische Funktionen erinnernde Kurven wie auf dem Foto des ungewöhnlichen Orgelprospekts der Overture Hall in Madison (Abb. 2). Hier entstehen die Kurven durch die Oberenden der Pfeifen, die man bei den meisten Orgeln nicht sehen kann, weil sie durch Ornamente verdeckt sind. Die Labien (das sind die sichtbaren „Luftschlitze“ im unteren Bereich der Pfeifen) sind im Kontrast zu diesen sinusartigen Kurven in geraden Linien angeordnet.



Abb.2: Orgelprospekt der Ouverture Hall in Madison WI (USA) - Foto: Orgelbau Klais

<https://orgelbau-klais.com/m.php?sid=7> (mit freundlicher Genehmigung der Firma Klais)

Auch bei der Orgel in Zug (CH) (Abb. 3) sind die Labien in geraden Linien angeordnet, aber hier sieht man die Oberenden der Pfeifen nicht. Wie lang die Pfeifen wohl sind? Welche Kurve die Oberenden wohl bilden? Wenn man die Tonhöhen der betreffenden Pfeifen einer Pfeifengruppe kennt, könnte man daraus die oben entstehende Kurve konstruieren (siehe auch Teil 4 zu den Längenverhältnissen der Pfeifen).



Abb. 3: Orgel in der Kirche St. Oswald in Zug (CH) - Foto: Damian Klimke

Welche schön aussehenden Kurven kann man mit den Prospektpfeifen erzeugen?

Wieder kann mit Papier oder Geometriesoftware die Idee des Umordnens angewendet werden. Die Schüler*innen experimentieren dabei mit der Anordnung der Prospektpfeifen. Egal ob hier in den unteren Klassenstufen intuitiv gearbeitet wird oder ob in der höheren Sekundarstufe mit Mitteln der Analysis konstruiert und analysiert wird. Ein Phänomen verbindet die unterschiedlichen Altersstufen: Aus diskreten (also einzelnen) Punkten entsteht die Wahrnehmung einer durchgehenden Kurve. An welchen Punkten orientiert sich dabei eigentlich das Auge bei dieser Interpolation? Bei welchem seitlichen Abstand oder welcher Höhendifferenz der Pfeifen verliert sich dieser Effekt? Wann entstehen „eckig“ aussehende (also nicht differenzierbare) Linienverläufe? Wann reißt solch eine Linie ab und wird nicht mehr als zusammenhängend wahrgenommen?

Wie groß ist die Oberfläche der Prospektpfeifen?

Bei dieser naheliegenden Frage kann man sich, wenn man noch einen Schritt weiter in Richtung mathematischer Assoziationen geht, sehr gut der Flächenberechnung mithilfe von Riemann-Integralen annähern, denn die Anordnung der Pfeifen erinnert direkt an die Bildung von Ober- und Untersummen zu den Kurven. Damit ergibt sich gleichzeitig eine Abschätzung der Größenordnung des verwendeten Metallblechs für die Prospektpfeifen (mehr dazu unter „Weitere Materialien“).

Und auch hier gibt es natürlich den Weg zurück zum Klangerlebnis.

Wie wird es sich anhören, wenn die nebeneinander platzierten Pfeifen nacheinander gespielt werden? Welche Kurve einer Pfeifengruppe erzeugt welche Tonfolge?

Lasst es euch beim Orgelbesuch vorführen!

Sobald sich die Möglichkeit eröffnet, in das Innere der Orgeln zu gehen und dort die erstaunliche Vielfalt der Pfeifengruppen zu sehen und auch zu hören, ergeben sich ganz natürlich noch diese weiteren Fragen zu den Orgelpfeifen:

Welche verschiedenen Formen von Orgelpfeifen gibt es?

Wie lassen sich diese Formen mathematisch beschreiben?

Hinter den Prospektpfeifen, die das Erscheinungsbild der Orgel prägen, beginnt erst das eigentliche Geheimnis der Orgel. Dort sind zahlreiche weitere Pfeifengruppen (Register) zu finden, die aus Metall oder aus Holz gefertigt sind und die ganz unterschiedliche Formen haben. Damit werden die vielen unterschiedlichen Klänge erzeugt, die über die Registerzüge mit den Tasten der Manuale verbunden und somit anspielbar gemacht werden können. Diese Welt der verschiedenen Pfeifengruppen sieht man z.B. in dem Film mit „Ralph“ (Minute 11:35-12:13):

<https://www.br.de/mediathek/video/ralphi-orgel-av:5a3c6c4f185c080018d1e0cd>

Hier findet man eine schöne Abbildung von 24 verschiedenen Pfeifenformen:

<https://die-orgelseite.de/pfeifenarten.htm>

Die Bestimmung der geometrischen Form kann zur Volumenberechnung der Pfeifen genutzt werden, was durchaus interessant wird, wenn es um die abschließende Bezahlung der neu gebauten Orgel geht (siehe Ende Teil 6).

4. Tonhöhen und Pfeifenlängen - Zahlenverhältnisse erkunden und hören

In diesem informativen Film (aus der Sendung „Wissen macht Ah!“) kann man in knapp 5 Minuten miterleben, wie ausgehend von flüssigem Metall eine Orgelpfeife gefertigt und schließlich in eine Orgel eingebaut wird: <https://youtu.be/WoHVbc2czel>

Zum Einstieg in das Thema Pfeifen und Tonhöhe eignet er sich sehr gut, sei es um daraus weitere Forscherfragen abzuleiten oder auch als Antwort auf bereits gestellte Fragen.

Eine Kernfrage bei der Beschäftigung mit der Orgel ist diese:

Klingen die kürzeren Pfeifen höher oder tiefer als die längeren Pfeifen?

Die Antwort lässt sich beim Experimentieren mit Flaschen, denen man durch geschicktes Pusten über den Flaschenhals Töne entlockt (Flaschenorgel) leicht erfahrbar machen. Durch das stückweise Einfüllen von Wasser und den hörbaren Unterschied in der Tonhöhe wird schnell klar: Je kürzer die Luftsäule in der Flasche ist, umso höher erklingt der Ton ganz analog zu den Orgelpfeifen, die auch, je kürzer sie sind, umso höher klingen.

Wenn über Orgeln geredet wird, hört man dabei oft etwas vom „8-Fuß“ oder „16-Fuß“. Und wenn der „32-Fuß“ erwähnt wird, schwingt immer Respekt mit. Das alles klingt rätselhaft und interessant.

Was bedeutet die Angabe, dass eine Orgelpfeife 8' lang ist (sprich „8 Fuß“)?

Im Orgelbau wird die Länge der Pfeifen nicht in Meter, sondern im alten Maß „Fuß“ angegeben. Ein Fuß entspricht im Orgelbau etwa 32 cm (Vergleiche mit euren eigenen Fußlängen!). Eine 8'-Pfeife erklingt als der Ton C („großes C“, es liegt zwei Oktaven unter dem „Schlüsselloch-C“ beim Klavier). Ein 16' (sprich „16-Fuß“) erklingt eine Oktave tiefer und ein 32' nochmals eine Oktave tiefer. Der 32' erzeugt die tiefste hörbare Frequenz von 16 Hz, der 1' (viergestrichenes c) erklingt auf 16.000 Hz. Die Orgel deckt somit als einziges Instrument den kompletten hörbaren Frequenzbereich des menschlichen Ohres ab. Allerdings besitzen nicht alle Orgeln ein 32'-Register, denn die Pfeifen sind ca. 11m lang! Häufig werden dafür dann „gedackte“ (oben geschlossene) Pfeifen verwendet, die bei halber Länge denselben Ton erzeugen und somit Platz sparen. Sie besitzen aus physikalischen Gründen ein anderes Obertonspektrum als die offenen Pfeifen und somit andere Klangfarben. Weltweit gibt es zwei Orgeln mit einem 64'-Register, eine davon ist die in Atlantic City, die als die größte Orgel der Welt gilt. Diese Töne „grummeln“ eher geräuschhaft als dass man sie als klingende Töne wahrnimmt.

Sieht man sich die Disposition (die Auflistung der Register für eine bestimmte Orgel) oder die Bezeichnungen der Register direkt am Spieltisch der Orgel an (siehe Abb. 4), so fallen einem neben den geheimnisvoll klingenden Namen die Zahlenangaben ins Auge. Was bedeuten sie?

Was bedeutet die Angabe 8' oder 2' für ein ganzes Register?

Was bedeuten die Bruchzahlen?

Hier wird immer die Fußzahl für die tiefste Pfeife (unterste Taste des zugehörigen Manuals oder Pedalwerks) eines Registers angegeben und das ist immer der Ton „c“. Die Bruchzahlen entstehen dadurch, dass manche Register nicht im Oktavabstand gesetzt sind, sondern z.B. in Quinten.

Die „Drittel“-Register bezeichnen Quintabstände, die „Fünftel“ Terzen. Will man ergründen, woher diese Zahlen kommen, ergibt sich die Beschäftigung mit Schwingungsverhältnissen, die man gut z.B. am Monochord erlebbar machen kann. Dort sieht man, dass beispielsweise eine Drittelung der Saite das Intervall der Quinte ergibt. Solche Zahlenverhältnisse interessierten schon Pythagoras, der als Begründer der mathematischen Analyse von Musik gilt. Somit gibt es zu diesem Thema sehr viel mehr zu erforschen und entdecken als wir hier in diesem Rahmen darstellen können. Sehr schöne Erläuterungen zu den Orgelregistern gibt es z.B. hier:

<https://die-orgelseite.de/fusszahlen.htm>



Abb. 4: Register der Sophienkirchenorgel in Berlin-Mitte - Foto: H.K. Aebli

Wie stehen Pfeifenlänge und Tonhöhe im Verhältnis?

Abbildung 5 zeigt den wesentlichen Zusammenhang, der zunächst einmal mathematisch formuliert werden muss. Die Tonhöhe steigt linear an und die Fußlänge halbiert sich dabei fortlaufend, es ist also ein exponentiell fallendes Verhalten der Kurve. Betrachtet man anstelle der Pfeifenlängen die Frequenzen so ergibt sich mit steigender Tonhöhe eine exponentiell steigende Kurve. Solche Beziehungen bieten viel Raum für unterschiedlichste verbale Beschreibungen der Sachverhalte auf

dem jeweiligen Niveau (auch schon für jüngere Schüler*innen im Sinne von „je...desto“, „halbieren“, „verdoppeln“), für die Suche nach einer angemessenen Darstellung im Koordinatensystem (z.B. auch die Verwendung logarithmischer Skalen) und passende Funktionsterme. Für die Zusammenhänge zwischen Tonhöhe und Frequenz sind hier interessante Darstellungen zu finden:

<https://de.wikipedia.org/wiki/Oktave>

Und weiterführend kann man sich fragen:

Wie sieht diese Beziehung zwischen Tonhöhe im Notenbild und Pfeifenlänge aus, wenn man eine Dur- oder Molltonleiter betrachtet? Und wie sieht es mit einer chromatischen Tonleiter (alle 12 Halbtöne einer Oktave) aus?

Findet man diese Kurvenlinien in einem Orgelprospekt wieder (beim Orgelbesuch oder bei Recherche im Internet)? Oder sind die Pfeifen ganz anders angeordnet? Warum könnte das so sein?

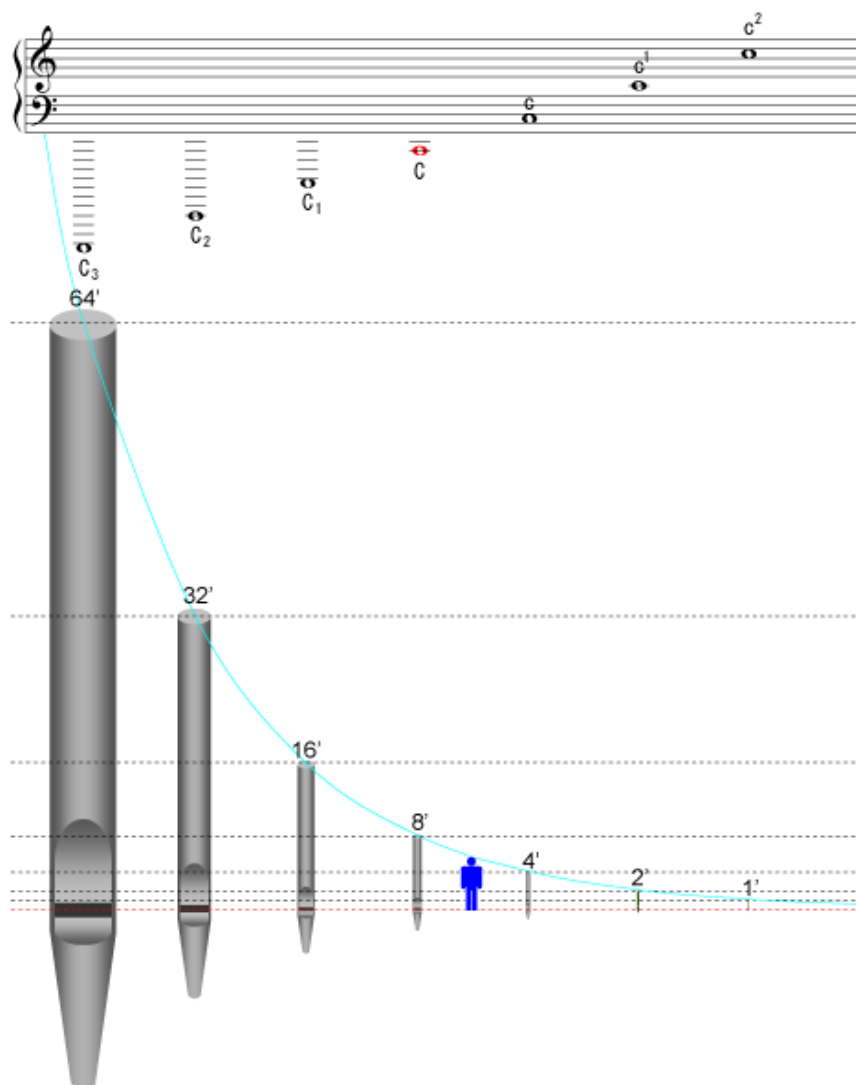


Abb. 5: Zusammenhang zwischen Fußzahl (Länge) und Oktavlage einer offenen Labialpfeife

Bild: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pipelength001_modified.png

(das Bild wurde von Kantor.JH hochgeladen: <https://de.wikipedia.org/wiki/Benutzer:Kantor.JH>)

Eine Sache fällt noch auf, wenn man sich Orgeln anschaut: Die Pfeifen werden dünner, je kürzer sie werden, aber dieser Zusammenhang scheint nicht proportional zu sein. Die höheren Pfeifen erscheinen im Verhältnis dicker zu sein als die tieferen.

Wie hängen Länge und Durchmesser von Orgelpfeifen zusammen?

Wieso sind Orgelpfeifen gleicher Tonhöhe unterschiedlich dick?

Die Länge einer Orgelpfeife bestimmt die Tonhöhe, die Dicke bestimmt die Klangfarbe. Dazu kommen noch physikalische Aspekte, die bewirken, dass Pfeifen nicht beliebig dick oder dünn gemacht werden können. Das Verhältnis von Länge zu Durchmesser spielt daher eine entscheidende Rolle im Orgelbau. Da dieses Thema sehr komplex ist, ist es eher für ein vertiefendes Projekt geeignet (z.B. für Präsentationsprüfungen) als für die Erstbegegnung mit der Orgelmathematik und es braucht Kenntnisse der Oberstufenmathematik. Will man sich etwas in das Phänomen der Längenverhältnisse von Orgelpfeifen einarbeiten und überblicksartig informieren, so gibt es hier einen sehr interessanten Text dazu (Abschnitt „Mensur“):

<https://de.wikipedia.org/wiki/Orgelpfeife>.

Dabei sieht man gut, dass ein Mensurverlauf innerhalb eines Registers keineswegs geradlinig sein muss, sondern dass sich aus klanglichen Gründen und durch jahrhundertalte Erfahrung bestimmte Längenverhältnisse bewährt haben. Zur weiteren Erforschung dieser Zahlenverhältnisse gibt es einen Mensurenrechner, der bei wenigen gegebenen Maßen die weiteren Maße angibt:

<http://www.arndt-bruenner.de/hausorgel/CalcMens.htm>.

Es gibt sogar aktuelle Forschung zu diesen Fragen, wie dieses Forschungsprojekt des Fraunhofer-Instituts für Bauphysik in Stuttgart zeigt, bei dem es um die Entwicklung einer wissenschaftlichen Mensurationsmethode geht:

<https://www.ibp.fraunhofer.de/de/projekte-referenzen/dimensionierung-von-orgelpfeifen.html>

In diesem Fraunhofer-Institut gibt es sogar eine eigens konstruierte Forschungsorgel:

<https://www.ibp.fraunhofer.de/de/presse-medien/forschung-im-fokus/koenigin-der-instrumente.html>

5. Gewaltige Ausmaße - Volumina bestimmen und vergleichen

Die Orgel ist in den meisten Fällen ein riesiges Instrument, das nur in großen Räumen aufgebaut werden kann.

Welches Volumen hat die gesamte Orgel? Würde dort ein Klassenzimmer, dein Zimmer oder eine Wohnung hineinpassen?

Anhand der Außenmaße einer Orgel kann das Gesamtvolumen berechnet bzw. angenähert werden. In der Primarstufe könnte stattdessen anhand von Fotos oder Videos, auf denen eine Orgel und ein Mensch zu sehen ist, eine Schätzung vorgenommen werden, wie viel größer oder kleiner als das Klassenzimmer eine Orgel ist.

Wenn man in eine Orgel hineingeht, so ist es dort oft eigentümlich „leer“. Es ist sehr viel Platz zwischen den Pfeifen und es entsteht der Eindruck, dass das Innenleben des Instruments hauptsächlich aus „Luft“ besteht. Man sieht das in den Filmen, die zum Einstieg verwendet wurden, teilweise ganz deutlich.

Welchen Anteil am Volumen haben die Pfeifen? Was ist sonst noch in der Orgel „drin“? Warum bleibt so viel von dem Raum ungenutzt?

Dabei lässt sich das Volumen aller Pfeifen durch die Anzahl der Pfeifen und die Berechnung des Volumens einer mittelgroßen Pfeife erst einmal grob abschätzen. Weitergehende genauere Berechnungen sind natürlich möglich und umfassen vielerlei mathematische Tätigkeiten. Der mathematischen Kreativität sind hier keine Grenzen gesetzt. Jüngere Kinder könnten versuchen, nach Suchen einer Referenzgröße (welche und wie viele Pfeifen haben zusammen etwa das Volumen eines Grundschulkindes?) eine Schätzung abzugeben. Ein wesentlicher Aspekt bei der Raumnutzung der Orgel ist, anders als bei anderen Musikinstrumenten, dass man viel Platz braucht, um die Begehrbarkeit zu gewährleisten. Jede einzelne Pfeife muss zugänglich sein, zum Stimmen, Reinigen, Reparieren oder austauschen. Zugänge müssen geschaffen werden, Leitern sind nötig. Häufig bestimmen die längsten Pfeifen die Größe des Gehäuses, aber es gibt auch ganz andere Lösungen, wenn Platzmangel herrscht. Es soll Kirchen geben, in denen die großen Pfeifen im Boden verlegt wurden, weil sie sonst nicht hineingepasst hätten. Oftmals wird sich das Phänomen zu Nutzen gemacht, dass Pfeifen eine Oktave tiefer klingen, wenn sie am oberen Ende zugedeckt werden. Dies nennt sich „gedackt“. So wird ein 16' zu einem 32'. Zugleich muss eine Pfeife nicht geradlinig stehen. Sie kann geknickt werden und damit weniger Raum in der Höhe verbrauchen.

Mit diesen Berechnungen wird die Größe der Orgel besser fasslich, die besondere Dimension wird durch geeignete Vergleiche besser greifbar.

Es gibt ein 1961/62 komponiertes Orgelstück des ungarisch-österreichischen Komponisten György Ligeti, das den Titel „Volumina“ trägt. Man kann es hier anhören:

<https://www.youtube.com/watch?v=MoA7vgEgxHg> [György Ligeti: Volumina, Auszüge aus dem Stück, 4:00 Minuten, die Spielweise des Organisten ist eindrucksvoll zu sehen]

<https://www.youtube.com/watch?v=wbLcl9-Js0U> [György Ligeti: Volumina, 15:00 Minuten, mitlaufende grafische Partitur]

Weshalb trägt das Stück den Titel „Volumina“? Tauscht euch dazu aus!

Das Stück führt uns beim Hören in unterschiedliche Klang„räume“. Zudem zeigt dieses Werk, über welches gigantische Klangvolumen und damit auch gleichzeitig Luftvolumen die Orgel verfügt. Es gibt Berichte über Aufführungen des Werkes, bei denen Sicherungen durchbrannten, weil die Orgel durch die besondere Spielweise so belastet wurde.

Wenn man dieses oder andere Orgelstücke hört, die einen solch gewaltigen Klang erzeugen - vor allem wenn man sie wirklich vor Ort hören darf - und erleben kann, mit wie viel Schalldruck die Musik den ganzen Körper erfassen kann, dann kann man sich fragen, wie viel Luft dafür eigentlich benötigt wird.

Wie viele Luft wird in die Orgel hineingeschickt?

Mit welchem Druck wird dabei gearbeitet? Ist das ein Sturm oder ein Windhauch?

Zu diesen Fragen haben wir den Orgelbauer Magnus Windelen (Windelen.Orgel, Bonn) befragt. Er antwortet folgendermaßen:

Zur Frage des Windes: Der Wind und der Aufbau der Windanlage in einer Orgel gestaltet der Orgelbauer immer individuell. Zunächst steht am Anfang einer Orgelplanung die Zusammenstellung der Register (Die Disposition). Diese ist meist bereits bei der Ausschreibung festgeschrieben. Meistens aber darf der sich bewerbende Orgelbauer auch eigene Vorschläge für die Disposition machen, was auch üblicherweise gemacht wird. Die Anzahl und die Fußzahl der Register bestimmt dann die benötigte Windmenge. Die Summe aller Kernspalten in den Pfeifen ist der maximale Windbedarf der Orgel (zzgl. etwas Wind für die Zungenregister, die aber weniger Wind benötigen, als die labialen Stimmen).

Die Anzahl der Register, der Manuale und die Fußzahl der Register bestimmen dann die benötigte Windmenge, welche das Gebläse liefern muss. Um Ihnen eine Vorstellung zu geben (Siehe hierzu auch: <https://laukhuff.de/wp-content/uploads/2018/05/6.pdf> (Seite 6.4)):

Eine Orgel mit 2 Manualen und 15 Registern benötigt ein Gebläse mit der Leistung von 7-8m³/min Eine Orgel mit 5 Manualen und 100 Registern benötigt ein Gebläse mit der Leistung von 60-70m³/min, Reserven nicht mitgerechnet.

Vom Gebläse aus wird der Wind in den Magazinbalg durch einen kurzen Kanal geleitet. Vor dem Magazinbalg befindet sich die Winddrossel, die den Windeinlass in den Magazinbalg öffnet oder verschließt, je nachdem ob viel oder wenig Wind verbraucht wird. Der Magazinbalg regelt dann den Winddruck in der Orgel. Im Mittel liegt der Winddruck bei 60-120mm WS. (100mm entsprechen knapp 1000 Pascal) Der Orgelbauer spricht bereits ab 200mm von „Hochdruck“. Von Wind in die Orgel „pressen“ kann also kaum die Rede sein. Eher ist es ein Windhauch, der in der Orgel herrscht.

Den Winddruck misst man mittels der „Windwaage“, die früher aus einem U-förmigen Glasrohr bestand, das mit etwas Wasser gefüllt ist. Schließt man nun das Orgelgebläse mit einem Schlauch an, kann man messen, um wieviel Millimeter sich die Wasserstände in den beiden Armen des Glasrohrs unterscheiden. Je höher der Winddruck ist, umso stärker wird das Wasser in den zweiten Arm hineingedrückt. Fächerübergreifend mit dem Physikunterricht wären hierzu spannende Experimente möglich.

Um ein Gefühl dafür zu bekommen, wie viel oder wenig Luft das ist, wenn von $7\text{-}8\text{m}^3/\text{min}$ oder $60\text{-}70\text{m}^3/\text{min}$ die Rede ist, lohnt sich der Vergleich mit einer alltäglich erlebten Größe.

Wie steht die Leistung des Gebläses im Verhältnis zu der Menge an Luft, die wir minütlich oder stündlich ein- und ausatmen?

Eine erwachsene Person atmet mit einem normalen ruhigen Atemzug etwa 0,5 Liter Luft ein. Man bräuchte also schon etwa eine ganze Schulklasse, um das Luftvolumen eines Orgelgebläses zu erreichen.

Abgesehen von den imposanten Luftbewegungen der Orgel spielen Volumina auch an anderen Stellen eine Rolle. Schaut man bei der Arbeit des Zinngießers zu, der die Bleche für die Orgelpfeifen herstellt, so staunt man, wie groß das Blech wird, das aus einem eher kleinen Eimer flüssigen Metalls gegossen wird.

<https://orgelbau-klais.com/m.php?pid=42&page=2>

[Film über die Arbeit der Firma Orgelbau Klais, Minute 3:50 bis 6:20]

Aus dem Staunen über das riesige Blech, das aus so wenig Flüssigkeit entsteht ergibt sich die Frage:

Wie viel Liter flüssiges Metall werden verwendet und wie viele qm Blech ergibt das?

Anhand von Referenzgrößen lassen sich Werte für die Beantwortung dieser Frage recht gut abschätzen. Aus einer solchen Abschätzung heraus können sich weitere Berechnungen ableiten, etwa wie viele Pfeifen man aus diesem Blech herstellen könnte oder wie viel ein solches Blech ungefähr kostet.

6. Weitere Größen: Zeit, Kosten, Material, Masse

Viele weitere mathemathikhaltige Fragen zum Thema „Orgel“ sind denkbar. Je mehr man sich mit diesem faszinierenden Instrument beschäftigt, umso mehr Fragen und Ideen werden kommen. Hier folgt noch eine kleine Sammlung zu den Aspekten Zeit, Kosten, Material und Masse. Die Orgel ist nicht nur das größte und klangfarbenreichste Musikinstrument, sondern auch teuer und tonnenschwer. Alle diese großen Zahlen regen zum Staunen an und geben der Faszination für die „Königin der Instrumente“ einen Rahmen. Einige der Fragen sind schnell durch eine kleine Recherche zu beantworten, andere sind eine gute Vorbereitung auf einen lebendigen Austausch mit Orgelbauer*innen oder Organist*innen. Wie die meisten Quantifizierungsfragen sind sie in der mathematischen Bearbeitung weniger komplex, dafür aber für die Entwicklung einer fundierten Vorstellung hilfreich.

Zeit:

Wie lange braucht es, um eine Orgel zu bauen?

Wie lange dauert es, eine Pfeife bzw. die ganze Orgel zu stimmen?

Wie lange muss man üben, um Orgel spielen zu können?

Wie lange muss man lernen, um Orgelbauer*in zu werden?

Wie viele Menschen arbeiten am Bau einer Orgel mit? Wieviel Arbeitszeit ist das insgesamt?

Masse:

Wieviel wiegt eine Pfeife? Wieviel wiegt eine Tastatur oder der gesamte Spieltisch?

Wieviel wiegt eine Orgel?

Kosten/Material:

Was kostet eine Pfeife, eine Taste, eine ganze Orgel?

Wie viel Holz benötigt man? Wie viel Metall?

Wie viel Blattgold oder anderen Schmuck für die Dekoration?

Welche weiteren Materialien braucht man, was kosten sie?

Der Orgelpreis wird über die Anzahl der Register berechnet. Als grobe Richtlinie gilt, dass man pro Register etwa 20.000 € benötigt. Weitere Informationen zu den Kosten:

<https://bund-deutscher-orgelbaumeister.de/orgelwert/>

<https://www.orgelstadt-hamburg.de/anekdoten/orgeln-nach-zahlen/>

Der Orgelbauer Magnus Windelen (Windelen.Orgel, Bonn) berichtete uns zur Frage: „Was kostet eine Orgel?“ noch eine schöne Anekdote:

Seit dem 17. Jahrhundert ist es üblich neben dem vereinbarten vertraglichen Preis der Orgel dem Orgelbauer zusätzlich soviel Wein zu überreichen, so viel in die größte Pfeife passt. Diese Tradition schlief im 19. Jahrhundert aber ein und wurde erst zur Mitte des 20. Jahrhunderts wiederbelebt. Heute kommt es nicht immer, aber immer öfter vor, aber nur dann, wenn der Kunde mit der Orgel dann auch zufrieden ist.

Daraus ergibt sich noch ein wunderschöner Auftrag für die Schüler*innen:

Wie viele Flaschen oder Fässer Wein hätte dann die von euch betrachtete Orgel zusätzlich gekostet? Findet es heraus!

Glossar

B

Balg (Blasebalg):

Ein Blasebalg ist ein Gerät zur Erzeugung eines Luftstoßes oder Luftstroms. Der Balg hilft dabei, den Druck des Luftstroms konstant zu halten.

D

Disposition:

Die individuelle Zusammenstellung der Register einer Orgel, häufig als Liste dargestellt.

F

Fuß - als Längeneinheit:

Dies ist ein sehr altes Längenmaß (ca. 28 - 32 cm). Es ist Maßgrundlage für Pfeifenlängen und zugleich die Bestimmung von Tonhöhen im Orgelbau. Hier wird für die heutige Stimmung die Länge von etwa 32 cm verwendet. Die 8' (acht Fuß) -Lage einer Pfeife ist die Normallage. Der Grundton klingt wie notiert. Je kleiner die Fußtonlage, desto kürzer die Pfeife und umso höher der Ton. Es klingt ein 4'-Register eine Oktave höher im Vergleich zum 8'-Register. Mit einem 16'-Register verhält es sich dementsprechend tiefer (Eine Oktave tiefer als ein 8'-Register).

G

Gebläse:

Das Gerät, welches den Wind (Luftstrom) für die Orgel erzeugt.

Gedackte Pfeife:

Oben geschlossene Labialpfeife mit zylindrischer Form (also mit demselben Umfang über die ganze Länge). Im Vergleich zu einer offenen Labialpfeife derselben Länge klingt die gedackte Pfeife eine Oktave tiefer und mit anderer Klangfarbe.

K

Kernspalte:

Ist eine enge Spalte zwischen dem Unterlabium und dem Kern der Pfeife, durch die der Wind entweicht und gegen das Oberlabium geblasen wird, ähnlich wie bei einer Flöte. Das rechteckige Loch/ die rechteckige Spalte, wird „Kernspalte“ genannt.

Koppeln:

Sie sind Spielhilfen bei der Orgel und erlauben das gleichzeitige Spiel von verschiedenen Werken auf einem Manual oder das Spiel der Manualregister im Pedal. So ist es möglich, die Register verschiedener Manuale zugleich zu spielen und eine größere Lautstärke, aber auch zusätzliche Kombinationsmöglichkeiten zu erreichen.

L

Labium:

Es ist der Pfeifenmund einer Labialpfeife mit Ausschnittsöffnung, Ober- und Unterlabium. Dieser Bereich wird auch Klangaustrittsöffnung genannt.

M

Manual:

Die Klaviatur die mit den Händen gespielt wird. Üblicherweise besitzt eine Orgel mehrere übereinander angeordnete Manuale.

Mensur:

Die Mensur einer Orgelpfeife bezeichnet wichtige Kennmaße wie die Länge, das Verhältnis vom Durchmesser zur Länge, die Labienbreite und die Aufschnitthöhe der Pfeife.

Mixtur:

Mehrere höhertönige (hochliegende) Pfeifen erklingen gleichzeitig beim Drücken einer Taste. Sie ergeben den typisch glänzend prunkvollen Orgelklang.

P

Pedal:

Ist die Klaviatur für die Füße, mit der meist die tiefen Bassregister gespielt werden. Oft wird es als Pedalwerk bezeichnet. (lat. Pes = Fuß)

Pfeife:

Orgelpfeifen sind die klangerzeugenden Teile einer Orgel. Jede Pfeife kann grundsätzlich nur einen einzigen bestimmten Ton einer bestimmten Klangfarbe und Lautstärke erzeugen. Eine Vielzahl von unterschiedlichen Pfeifen wird somit benötigt. In Registern werden Pfeifen gleicher Klangfarbe zusammengefasst.

Hauptbauformen sind offene Labialpfeife, gedackte Labialpfeife und Lingualpfeife.

Eine Labialpfeife besteht aus dem Pfeifenfuß und dem Pfeifenkörper. Der Pfeifenfuß kann kegelförmig (bei Pfeifen aus Metall) und quaderförmig (bei Holzpfeifen) sein. Der Pfeifenkörper ist ein rundes oder viereckiges Rohr (aus Holz oder Metall), das für die Tonerzeugung zuständig ist. Lingualpfeifen bestehen aus dem klangerzeugenden unteren Teil (Stiefel) und einem kegelförmigen Schallbecher.

Prospekt:

Dies ist die sichtbare Seite (Schauseite) der Orgel. Die dort sichtbaren Pfeifen sind die Prospektpfeifen.

R

Register:

Dies ist eine Pfeifenreihe einheitlicher Bauart und Klangcharakteristik. Bei der Benennung des Registers wird die Größe der längsten Pfeife (d.h. des tiefsten Tones in der jeweiligen Pfeifenreihe) in „Fuß“ (') angegeben, z.B. *Trompete 8'*. Man kann sich ein Register auch als „Pfeifengruppe“ aus derselben Pfeifenfamilie vorstellen.

S

Spieltisch:

Er enthält alle Steuerungselemente einer Orgel. Hier ist der Sitz des Spielers oder der Spielerin.

T

Taste:

Ein länglicher, rechteckiger Teil an bestimmten Musikinstrumenten (z.B.: Klavier und Orgel), der beim Spielen mit einem Finger niedergedrückt wird, um einen bestimmten Ton hervorzubringen.

Tastatur:

Eine größere Anzahl von in bestimmter Weise angeordneten Tasten. Sie wird auch Klaviatur (beim Klavier) oder bei der Orgel Manual (für die Hände) und Pedal (Tastatur für die Füße) genannt.

Traktur:

Dies ist der Sammelbegriff für über die Verbindungen von der Taste bis zum Ventil der Windlade.

W

Wind (Luft):

Als Wind wird die erzeugte Luft, welche unter einen bestimmten Druck versetzt wird, um mit ihr die Pfeifen zum Klingen zu bringen, bezeichnet. Die Luftmaschine, das Gebläse, wird auch als „Windmaschine“ bezeichnet.

Windkanal:

Der Teil einer Orgel, der zur Verteilung des Windes innerhalb der Orgel angelegt wird. Häufig hat er einen quadratischen Querschnitt und besteht aus Holz.

Windlade

Auf ihr stehen die Pfeifen in ihrem „Stock“. Hier verteilt sich der Wind (Luft) auf die Pfeifen, wenn das entsprechende Register gezogen und die Tasten gedrückt sind.

Verwendete Links (Videos, Bilder und Texte)

Einstieg:

https://www.youtube.com/watch?list=RDbOWi8tOf5FA&v=bOWi8tOf5FA&feature=emb_rel_end

[J. S. Bach: Toccata und Fuge d-Moll BWV 565 mit animierter grafischer Visualisierung, bis etwa Minute 3:10 - oder länger]

Weitere Einstiegsmöglichkeit:

<https://www.br.de/mediathek/video/ralphi-orgel-av:5a3c6c4f185c080018d1e0cd>

[Ein Video der Augsburger Puppenkiste zum Orgelbau, ab Minute 2:56, geeignet auch für Jugendliche]

Schnelleinstieg zum Thema für Jugendliche (jedoch weniger Details zum Instrument):

<https://www.orgelstadt-hamburg.de/orgel-allgemein/orgel-fuer-einsteiger/>

„Sachgeschichten mit der Maus“ (8:20 min), zur Einführung vor allem für jüngere Kinder geeignet:

<https://kinder.wdr.de/tv/die-sendung-mit-der-maus/av/video-sachgeschichte-orgel-100.html>

Kurzeinführung zum Orgelbau vom flüssigen Metall bis zum Einbau der fertigen Pfeife:

<https://youtu.be/WoHVbc2czel> [aus „Wissen macht Ah!“]

Spielweise und Klangfülle wird erfahrbar:

<https://www.youtube.com/watch?v=Qk40cJLgRTY>

[J. S. Bach: Toccata d-Moll „Dorische“ BWV 538]

<https://www.youtube.com/watch?v=MoA7vgEgxHg>

[György Ligeti: Volumina, 4:00 Minuten, Spielweise des Organisten ist eindrucksvoll zu sehen]

<https://www.youtube.com/watch?v=wbLcl9-Js0U>

[György Ligeti: Volumina, 15:00 Minuten, mitlaufende grafische Partitur]

Eine kleine Orgelsimulation, zum Experimentieren mit den unterschiedlichen Klangfarben (Registern):

www.orgelstadt-hamburg.de/play-arp/

Orgelsteckbriefe:

St. Bonifatius:

<http://www.sankt-bonifatius-seeheim->

[jugenheim.de/web/index.php/lebendige-gemeinde/kirchen/neue-orgel-fuer-jugendheim/die-orgel-in-zahlen](http://www.sankt-bonifatius-seeheim-jugendheim.de/web/index.php/lebendige-gemeinde/kirchen/neue-orgel-fuer-jugendheim/die-orgel-in-zahlen)

Antonius-Orgel im Franziskanerkloster Salzburg:

<http://www.orgelbau-hitsch.com/files/festschriftantoniusorgel.pdf>

Zusammenstellung von Orgel-Superlativen, teilweise auch mit Hörbeispielen:

<https://www.die-orgelseite.de/kurioses.htm>

Superlative und Kurioses zu Orgeln:

<https://www.die-orgelseite.de/kurioses.htm>

Liste von Großorgeln:

https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_von_Großorgeln

Fotos von Orgeln:

https://www.schuke.de/?page_id=372

<https://orgelbau-muehleisen.de/de/neubauten/>

<https://orgelbau-muehleisen.de/de/restaurierungen/>

<https://die-orgelseite.de/kurioses.htm>

Orgelportraits (Videos):

Stichwort „Orgelschätze“ auf Youtube

Gedanken eines Orgelbauers zu einer neu gebauten Orgel (ab S. 8)

<https://docplayer.org/53267510-Die-neue-orgel-der-pfarrkirche-maishofen.html>

und Fotos dieser Orgel:

<https://www.orgelbau-lenter.de/projekt.php?id=49>

Der Orgelprospekt - ausführliche Informationen:

[https://www.wikiwand.com/de/Prospekt_\(Orgel\)](https://www.wikiwand.com/de/Prospekt_(Orgel))

Orgelprospekt der Ouverture Hall in Madison WI (USA):

<https://orgelbau-klais.com/m.php?sid=7>

Fußzahlen und Tönhöhen:

<https://die-orgelseite.de/fusszahlen.htm>

Fußzahlen und Register:

https://de.wikipedia.org/wiki/Register_%28Orgel%29

Detaillierte Informationen zu Orgelpfeifen und Mensuren:

<https://de.wikipedia.org/wiki/Orgelpfeife>

<https://die-orgelseite.de/pfeifenarten.htm>

Mensurenrechner:

<http://www.arndt-bruenner.de/hausorgel/CalcMens.htm>

Informationen zu einem Fraunhofer-Forschungsprojekt zur Mensuration:

<https://www.ibp.fraunhofer.de/de/projekte-referenzen/dimensionierung-von-orgelpfeifen.html>

<https://www.ibp.fraunhofer.de/de/presse-medien/forschung-im-fokus/koenigin-der-instrumente.html>

Zusammenhang zwischen Frequenzen und Tönhöhen:

<https://de.wikipedia.org/wiki/Oktave>

Guss eines Blechs zum Bau einer Orgelpfeife:

<https://orgelbau-klais.com/m.php?pid=42&page=2> [Minute 3:50 bis 6:20]

Kosten:

<https://bund-deutscher-orgelbaumeister.de/orgelwert/>

<https://www.orgelstadt-hamburg.de/anekdoten/orgeln-nach-zahlen/>

Weitere Materialien

... finden Sie auf den Internetseiten zum Instrument des Jahres:

<https://www.landesmusikrat-berlin.de/projekte/instrument-des-jahres-orgel/orgel-in-der-schule/>

- Ergänzende Texte zum Thema „Orgel und Mathematik“,
- Unterrichtsmaterialien für die Fächer Musik, Physik, Religion und Werken,
- sowie eine kommentierte Linkliste, Lesetipps u.v.m.